

Elektrodynamiikka, kevät 2002

Harjoitus 6 (to 7.3., pe 8.3., palautus viimeistään tiistaina 5.3. klo 12.)

1. Osoita, että kahden virtasilmukan itseinduktanssien L_1 ja L_2 tulo on aina vähintään yhtä suuri kuin silmukoiden keskinäisinduktanssin M neliö: $L_1 L_2 \geq M^2$. Opastus: perustele ensin, että systeemin magneettinen energia on aina positiivinen.
2. Tarkastellaan ohutta paramagneettista palkkia, josta osa on homogeenisessa magneettikentässä \mathbf{B} ja osa sen ulkopuolella. Olkoon palkin poikkipinta-ala A ja suskeptiivisuus χ_m . Osoita, että palkkiin kohdistuva magneettinen voima on

$$F = \frac{B_0^2 \chi_m A}{2\mu_0(1 + \chi_m)}$$

Laske voiman suuruus titaanipalkille ($\chi_m = 1.8 \cdot 10^{-4}$), jos $A = 1 \text{ cm}^2$ ja $B = 0.25 \text{ T}$.

3. Tarkastellaan aluetta V , johon virtajakauma $\mathbf{j}_0(\mathbf{r})$ luo magneettikentän \mathbf{B}_0 . Tuodaan tähän alueeseen magnetoituva kappale, jonka permeabilitetti on μ (muualla μ_0). Oletetaan, että $\mathbf{j}_0(\mathbf{r})$ pysyy ennallaan. Osoita, että magneettisen energian muutos alueessa V on $\frac{1}{2} \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}_0$, missä \mathbf{M} on kappaleen magnetoituma.
4. Maapallon magneettinen dipolikenttä maanpinnalla (magneettisella päiväntasaajalla) on $30 \mu\text{T}$. Laske kentän kokonaisenergia maapallon ulkopuolella. Esitä jokin havainnollinen vertailukohde.
5. Tarkastellaan kahdesta yhdensuuntaisesta ympyrälevystä muodostettua kondensaattoria, jonka täytteen permittiivisyys on ϵ ja johtavuus σ . Kondensaattorin levyillä on aluksi varaukset $\pm Q$. Määritä kondensaattorin varaus ajan funktiona. Mikä on purkautumisen aikavakio kvartsille ($\epsilon = 4.3\epsilon_0, \sigma = 10^{-13} \Omega^{-1}m^{-1}$)? Laske magneettikenttä kondensaattorin sisällä. Osoita, että Joulen lämmön kokonaistuotto on sama kuin kondensaattorin alkuperäinen sähköstaattinen energia.