

Elektrodynamiikka, kevät 2002

Harjoitus 9 (to 11.4., pe 12.4., palautus viimeistään tiistaina 9.4. klo 12.)

1. Homogeenisessa aineessa etenee sähkömagneettinen aalto, jonka sähkökenttä on

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_x E_0 \cos(\omega(\sqrt{\epsilon\mu}z - t)) + \mathbf{e}_y E_0 \sin(\omega(\sqrt{\epsilon\mu}z - t))$$

missä E_0 on vakio. Määritä magneettivuon tiheys ja Poyntingin vektori (tällä kertaa se tavallinen $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$).

2. Yleisesti sähkömagneettisen aallon sähkökenttä on muotoa

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = (E_1 \mathbf{e}_x + E_2 e^{i\phi} \mathbf{e}_y) e^{i(kz - \omega t)}$$

jos aalto etenee z -akselin suuntaan. E_1, E_2 voidaan olettaa reaalityyppisiksi. Osoita, että

$$(E_x/E_1)^2 + (E_y/E_2)^2 - 2E_x E_y \cos \phi / (E_1 E_2) = \sin^2 \phi$$

missä reaaliarvoiset E_x ja E_y kuvaavat fysikaalisia komponentteja. Osoita, että \mathbf{E} :n piirtämä kuvio on ellipsi.

3. Oletetaan, että ψ toteuttaa skalaarisen Helmholtzin yhtälön. Osoita, että $\mathbf{E} = \mathbf{r} \times \nabla \psi$ toteuttaa Helmholtzin yhtälön vektorifunktiolle

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + (\omega/c)^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$$

4. Ilmassa ($z > 0$) etenee pystysuoraan alaspäin monokromaattinen tasoaalto (kulmataajuus ω), jonka magneettikentällä on vain x -komponentti (amplitudi B_0). Maa ($z < 0$) on homogeeninen (permeabiliteetti μ_0 , permittiivisyys ϵ , johtavuus σ).

a) Esitä maasta ylöspäin heijastuvan ja maahan tunkeutuvan aallon kentät B_0 :n avulla.

b) Laske maan pinnalla kokonaiskenttien suhde E_y/B_x matalataajuus-approksimaatiossa $\omega\epsilon/\sigma \ll 1$ (tämä on hyvä oletus esimerkiksi tutkittaessa maan johtavuutta maapallon magneettikentän vaihteluita käyttäen).

Ensimmäisen välikokeen vastauspaperit voi noutaa Jussi Lintuselta (huone C304).