

## Elektrodynamiikka, kevät 2002

**Harjoitus 10** (to 18.4., pe 19.4., palautus viimeistään tiistaina 16.4. klo 12.)

1. a) Osoita, että  $s$ - ja  $p$ -polarisaation heijastus- ja läpäisykertoimille pätee  $R_s + T_s = 1$  ja  $R_p + T_p = 1$ .  
b) Eliminoi Snellin lain avulla taitekerroin Fresnelin kertoimista.

2. Esitetään sähkökenttä  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  ja sähkövuon tiheys  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$  Fourier-integraaleina

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t}$$

ja vastaavasti  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ .

- a) Jos permittiivisyys riippuu taaajuudesta, niin  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \epsilon(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$ . Mikä on tällöin  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ :n ja  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ :n välinen yhteys?
- b) Druden ja Lorentzin mallin mukaisessa yksinkertaisessa tilanteessa

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 \left( 1 + \frac{ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} \right)$$

missä  $\gamma > 0$ . Osoita, että a-kohdassa johdettu riippuvuus on kausaalinen eli että  $\mathbf{D}$  hetkellä  $t$  riippuu vain aiemmista (ja samanhetkisistä)  $\mathbf{E}$ :n arvoista.

3. Poikkileikkaukseltaan suorakaiteen muotoisen aaltoputken  $x$ - ja  $y$ -akselin suuntaiset sivut ovat  $a$  ja  $b$  ( $a > b$ ), ja seinämät ovat ideaalijohteita. Määritä alimman TM-moodin katkaisutaaajuus. Älä käytä valmiita kaavoja, vaan lähde liikkeelle Maxwellin yhtälöistä olettamalla aikariippuvuus  $e^{-i\omega t}$  ja  $z$ -riippuvuus  $e^{ikz}$ . Käytä lisäksi tietoa, että määritelmän mukaan TM-moodissa  $B_z = 0$ .
4. Mikroaaltouunin perusmalli on suorakulmainen laatikko ( $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$ ,  $0 \leq z \leq c$ ), jonka reunat ovat täydellisiä johteita.
  - a) Määritä systeemin ominaistaaajuudet ratkaisemalla sähkökentän aaltoyhtälö laatikossa.
  - b) Sijoita aaltoyhtälön ratkaisu Maxwellin yhtälöihin. Mitä lisäehtoja tästä seuraa?