

Elektrodynamiikka, kevät 2002

Harjoitus 11 (to 25.4., pe 26.4., palautus viimeistään tiistaina 23.4. klo 12.)

1. Kypsennetään mäntsäläläinen jättiperuna mikroaaltouunissa. Perunan tilavuus on 200 ml, massa 200 g ja suhteellinen permittiivisyys on $\epsilon_r = 65 - 15i$, mihin on sisällytetty johtavuus. Kauanko kestää lämmittää peruna huoneen lämpötilasta (20 astetta) 100 asteeseen ja kiehua 25 % sen vesipitoisuudesta höyryksi, kun sähkökentän huippuarvo on 42 kV/m taajuudella 2.45 GHz? Peruna on luonnollisesti pallon muotoinen ja koostuu lähinnä vedestä. Arvioi kenttä perunan sisällä käyttäen sähköstatiikasta tuttua tulosta (onko hyvä approksimaatio?). Veden ominaislämpö on 4.19 J/gK ja höyrystymislämpö 2260 J/g. (Tehtävä on peräisin TKK:n sähkömagneettisen kenttäteorian kurssilta.)

2. Käy läpi luennoissa sivuutetut yksityiskohdat Liénardin ja Wiechertin potentiaalien johtamisessa. Vihje: Cronström & Lipas.

3. Osoita liikkuvan varauksellisen hiukkasen vektoripotentialia derivoimalla, että

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \left[\frac{\mathbf{R}}{R} \right]_{ret} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

4. Hahmottele vakionopeudella liikkuvan varauksellisen hiukkasen magneettikenttä. Tarkastele erityisesti hyvin pieniä ($v \ll c$) ja hyvin suuria nopeuksia ($v \approx c$).

5. Pallon muotoinen hiukkanen liikkuu vakionopeudella \mathbf{v} ($v \ll c$). Varaus q on tasaisesti jakautunut tämän a -säteisen pallon pinnalle.

a) Osoita, että hiukkasen sähkömagneettisen kentän liikemäärä on

$$\mathbf{p} = \frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 a c^2} \mathbf{v}$$

b) Mekaniikan mukaan liikemäärä on massan ja nopeuden tulo. Ajatellaan nyt massan olevan puhtaasti sähkömagneettista alkuperää. Mitä suuruusluokkaa elektronin säde olisi a-kohdan tuloksen perusteella?