

## Elektrodynamiikka, kevät 2002

**Harjoitus 12** (to 2.5., pe 3.5., palautus viimeistään tiistaina 30.4. klo 12.)

1. Klassiseksi pistevaraukseksi oletettu elektroni kiertää vety-ydintä Bohrin radan säteellä  $0.529 \cdot 10^{-10}m$ . Laske säteilyhäviö ja arvioi vetyatomin klassisen fysiikan mukainen elinaika.
2. Äärettömän pitkässä  $z$ -akselia pitkin kulkevassa ohuessa neutraalissa johdossa kulkee virta  $I\theta(t)$ , missä  $I$  on vakio (siis ennen nollahetkeä ei ole virtaa ja sen jälkeen vakiovirta). Laske ajan ja paikan funktiona magneetti- ja sähkökenttä ja Poyntingin vektori.
3. Kuvataan magneettista dipolisäteilijää  $a$ -säteisellä virtasilmukalla, jossa on värähtelevä virta  $I = I_0 \cos \omega t$ . Laske säteilykentät ja säteilyteho dipoliapproksimaatiossa ( $r \gg a; \omega a \ll c$ ). Käy huolellisesti läpi nekin osuudet, jotka luennolla hypättiin yli sähköisen dipolisäteilijän tapauksessa.
4. Luennoilla käsiteltiin liikkuvan varausjoukon aiheuttamia säteilykenttiä. Lasketaan tässä pari välivaihetta.
  - a) Osoita, että äärelliselle tilavuudelle  $V$  pätee  $\int_V \mathbf{J} dV = d\mathbf{p}/dt$ .
  - b) Vektoripotentiaali on

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \dot{\mathbf{p}}(t - r/c)$$

missä  $\mathbf{p}$  on varausjakautuman dipolimomentti. Osoita, että

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\mu_0}{4\pi cr^2} \mathbf{r} \times \ddot{\mathbf{p}}$$

5. Osoita, että aaltoyhtälö

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

- a) ei ole invariantti Galilei-muunnoksessa,
- b) on invariantti Lorentz-muunnoksessa.  
(Riittää tarkastella tilannetta, jossa vain  $x$ -koordinaatti ja aika muuntuvat.)