

## Elektrodynamiikka, kevät 2002

**Harjoitus 13** (pe 10.5., palautus viimeistään tiistaina 7.5. klo 12.)

Huom. Helatorstain takia vain yksi harjoitusryhmä!

1. a) Laske metrisen perustensorin  $g_{\alpha\beta}$  käänteismatriisi  $g^{\alpha\beta}$ , joka siis toteuttaa ehdon  $g^{\alpha\beta}g_{\beta\gamma} = \delta^\alpha_\gamma$ .  
b) Laske Lorentzin muunnoksen käänteismatriisi metrisen perustensorin avulla kaavalla  $\Lambda_\gamma^\alpha = (\Lambda^{-1})^\alpha_\gamma = g^{\alpha\beta}\Lambda^\nu_\beta g_{\nu\gamma}$ .  
c) Osoita, että  $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$  ja nelinopeuden neliö ovat Lorentz-invariantteja.
2. Lähtien liikkeelle sähkömagneettisen kenttätensorin ( $F^{\alpha\beta}$ ) esityksestä sähkö- ja magneettikenttien avulla osoita, että homogeeniset Maxwellin yhtälöt voidaan kirjoittaa muodossa

$$\partial_\alpha F_{\beta\gamma} + \partial_\beta F_{\gamma\alpha} + \partial_\gamma F_{\alpha\beta} = 0$$

3. Osoita, että homogeeniset Maxwellin yhtälöt toteutuvat identtisesti, jos kenttätensori esitetään potentiaalien avulla muodossa

$$F_{\mu\nu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu$$

4. Osoita, että suureet  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$  ja  $\mathbf{E}^2 - c^2\mathbf{B}^2$  ovat Lorentz-invariantteja.
5. Ratkaise varauksellisen hiukkasen (massa  $m$ , varaus  $q$ ) relativistinen liikeyhtälö vakiosähkökentässä  $\mathbf{E} = E_0\mathbf{e}_x$  alkuehdoin  $\mathbf{r}(t=0) = 0$  ja  $\mathbf{v}(t=0) = v_0\mathbf{e}_y$ . Vertaa tulosta epärelativistisen liikeyhtälön ratkaisuun.

Luennot maanantaina 29.4. ja torstaina 2.5. normaalisti.

**Viimeinen luento maanantaina 6.5.** Kertaillaan koealueen asioita.

**2. välikoe maanantaina 20.5. klo 10-14, sali D101.**

Koealue: luentomonisteen luvut 10-17, laskuharjoitukset 8-13.