Elektrodynamiikka, kevät 2002

Painovirheiden ja epätäsmällisyyksien korjauksia sekä muita pieniä lisäyksiä luentomonisteeseen

Tähän on korjattu sellaiset painovirheet ja epämääräisyydet, joista voi olla haittaa itseopiskelussa. Myös joitain mieleen tulleita toivottavasti hyödyllisiä pieniä lisäyksiä on kirjattu tähän. Asiaa voisi lisätä vaikka kuinka paljon, mutta luentomoniste on toisaalta pidettävä kohtuullisen kokoisena. Kirjallisuudesta kannattaa siksi hakea erilaisia lähestymistapoja ja taustatietoja.

Tätä luetteloa päivitetään jatkuvasti.

Sivu 19, kaavat (2.45) ja (2.48): Kvadrupolitermissä esiintyy termi x_1, pitää olla x_i (kaava 2.47 on oikein).

Sivu 23, kaavan (2.66) jälkeen mainittakoon, että yleinen ratkaisu on separoitujen ratkaisujen summa. Periaatteessa summauksessa ovat mukana kaikki separointivakioiden α, β, γ kompleksilukuarvot, mutta reunaehdot ja muut fysikaaliset ehdot asettavat käytännössä useita rajoituksia. Joskus voi esiintyä myös tilanne, jossa yksi tai useampi separointivakio on nolla.

Sivu 24, kaavan (2.71) jälkeen todetaan potentiaalin jatkuvuusvaatimus, kun ϕ lähestyy nollaa ja 2π:tä. Fysikaalinen perustelu tälle on se, että sähkökentän skalaaripotentiaalin on oltava yksikäsitteinen (potentiaali on yksikkövarauksen potentiaalienergia). Sama pätee myös sylinterikoordinaatistossa.

Sivu 27, kaavassa (2.94) valitaan vakio C nollaksi. Näin voi tehdä, koska se liittyy annetun vakiokentän potentiaaliin. Vakion voi kuitenkin pitää laskuissa mukana, lopputulos ei tietenkään muutu.

Sivu 28, kaava (2.102): Radiaalinen yksikkövektori riippuu pallokoordinaatiston kulmista. Paikkavektori kannattaa integroidessa lausua karteesisen koordinaatiston yksikkövektoreiden avulla.

Sivu 29, kaava (2.108): Kerroin C_0 on nolla, jotta potentiaali olisi yksikäsitteinen. (Jos taas tarkastelu on rajoitettu johonkin kulmasektoriin, niin kerroin C_0 voi erota nollasta.)

Sivu 29 (luvun 2.9 loppuun): Kulmamuuttujat voidaan myös rajata johonkin sektoriin, mistä harjoituksissa on esimerkki napakoordinaatistosta. Pallon tapauksessa voi tulla vastaan esimerkiksi kalottitarkastelu. Edellä käsitellyssä sylinteritapauksessa (ilman z-riippuvuutta) saadaan separoimalla tietysti tuttu ratkaisu

$$\begin{aligned}\varphi(r,\theta) &= \sum_n \left(A_n r^n + B_n r^{-n}\right)(C_n \sin n\theta + D_n \cos n\theta) \\ &\quad + (A_0 \ln (r/r_0))(C_0\theta + D_0)\end{aligned}$$

jossa n-summaus on muodollisesti yli koko kompleksitason (arvoa $n = 0$ vastaava ratkaisu on kirjoitettu erikseen). Reunaehdoista tulee rajoituksia n:n arvoille (vrt. laatikkoesimerkki karteesisessa koordinaatistossa).

Lopuksi kannattaa vielä muistuttaa, että Laplacen yhtälöllä ei aina ole separoituvia ratkaisuja!

Sivu 31: Poistetaan kaavojen (2.114) ja (2.115) välissä oleva lause. Kuvavarauksen suuruus ja paikka saadaan sijoittamalla $\theta = 0$ ja $\theta = \pi$.

Sivu 33, kaava (2.124): Molempien integraalien edessä on oltava kerroin $1/(4\pi)$. Normaaliderivaatat jälkimmäisessä integraalissa otetaan $\mathbf{r}'$:n suhteen, joten on selvempää kirjoittaa $\partial/\partial n'$. Kaavaa seuraava lause muutetaan muotoon: Valitsemalla $G(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ sopivasti saadaan tästä Poissonin yhtälön ratkaisu annetuilla reunaehdoilla.

Sivu 37, kaava (3.10): Polarisoituman $\mathbf{P}$ argumentin pitää olla $\mathbf{r}'$.

Sivu 58, luku 5.1.3: Täsmennetään tilanteen geometriaa. Sylinterin akseli on z-akseli ja sylinterin säde on a. Kaukana sylinteristä sähkökenttä on vakio $E_0\, \mathbf{e}_x$.

Sivu 64: Lisätään toroidaalista käämiä koskevaan kohtaan: Toroidin ulkopuolella magneettikenttä on nolla: geometrian perusteella $\mathbf{B} = B(\rho, z)\mathbf{e}_\phi$ ja ympyrälenkin läpäisevä kokonaisvirta on nolla.

Sivu 68, yhtälön (5.73) jälkeinen lause muutetaan: Usein vektoripotentiaali valitaan siten, että $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, mikä itse asiassa toteutuu edellä, jos virrantiheys poikkeaa nollasta vain äärellisessä alueessa.

Sivu 92, kytkettyjen virtapiirien energia. Lisätään: Virtasilmukkajärjestelmän energia voitaisiin määrittää myös kokoamalla systeemi silmukoista, joihin yksi kerrallaan luodaan virrat I_i. Todetaan ensin, että silmukkaan indusoituva smv tekee työtä teholla $-LI\frac{dI}{dt}$, joten kasvatettaessa virta nollasta lopulliseen arvoonsa tarvitaan ulkoista työtä määrä $\frac{1}{2}LI^2$. Tarkastellaan sitten silmukkaparia, joista ensimmäiseen synnytetään virta I_1 ja ulkoinen työ on $\frac{1}{2}LI_1^2$. Pidetään sitten I_1 vakiona ja kasvatetaan toisen silmukan virta nollasta arvoon I_2. Tällöin tehdään työtä sekä silmukkaan 2 indusoituvaa smv:tä vastaan ($\frac{1}{2}LI_2^2$) että silmukkaan 1 indusoituvaa smv:tä vastaan ($\int_0^t MI_1 dI_2/dt = MI_1 I_2$). Systeemin kokonaisenergia on siis $\frac{1}{2}LI_1^2 + \frac{1}{2}LI_2^2 + MI_1 I_2$. Sama idea yleistyy suuremmalle silmukkajoukolle.

Sivu 94, koaksiaalikaapeli: sisäjohtimen virrantiheys oletetaan homogeeniseksi.

Sivu 96, kahden virtasilmukan välinen voima. Energian lauseketta on derivoitava silmukoiden välisen keskinäisen etäisyyden suhteen, ei integroimismuuttujan $\mathbf{r}_2$ suhteen! Selvintä on määritellä $\mathbf{r}_1 = \mathbf{R}_1 + \mathbf{x}_1$ ja $\mathbf{r}_2 = \mathbf{R}_2 + \mathbf{x}_2$, jolloin $\mathbf{R} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1$ on silmukoiden välinen keskinäinen etäisyys, josta systeemin magneettinen energia riippuu (silmukoiden oletetaan säilyttävän muotonsa ja suuntautumisensa). Tällöin silmukoiden välinen magneettinen voima on

$$\mathbf{F}(\mathbf{R}) = I_1 I_2 \nabla_{\mathbf{R}} M(\mathbf{R}) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \nabla_{\mathbf{R}} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\mathbf{l}_1 d\mathbf{l}_2}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \nabla_{\mathbf{R}} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\mathbf{l}_1 d\mathbf{l}_2}{|\mathbf{R} + \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1|}$$

Nyt derivointi voidaan viedä integrointien ohitse:

$$\mathbf{F} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} d\mathbf{l}_1 d\mathbf{l}_2 \frac{\mathbf{R} + \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1}{|\mathbf{R} + \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1|^3} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} d\mathbf{l}_1 d\mathbf{l}_2 \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3}$$

Sivu 97, tanko saa olla mitä tahansa ainetta, joka noudattaa yksinkertaista magnetoitumislakia. Voiman suunta riippuu suskeptiivisuuden merkistä.

Luku 9.4, rajapinnan yksikkövektorin **n** suunta on tässä luvussa aineesta 2 aineeseen 1 eli päinvastoin kuin luvuissa 3.5 ja 6.5 (siis $\mathbf{n} = \mathbf{n}_1$). Fysiikkaa tämä ei tietenkään muuta.

Luku 10, sivu 119, yhtälön 10.4 jälkeinen lause: "... muut virrat kuin magnetoitumisvirran ja polarisaatiovirran".

Sivu 121, yhtälö 10.13: pitää olla $\mathbf{P} = n\alpha\epsilon_0(\mathbf{E} + \mathbf{P}/(3\epsilon_0))$.

Sivu 122, yhtälö 10.15: pitää olla $\mathbf{E}_m = \mathbf{P}/(3\epsilon_0)$ ja yhtälö 10.16: pitää olla $\mathbf{P}_0 = n\alpha\epsilon_0\mathbf{E}_m$.

Sivu 134. Lisätään yleinen huomautus: Aaltoyhtälön ratkaisu ei välttämättä toteuta Maxwellin yhtälöitä, vaan niistä seuraa lisäehtoja (ks. sivu 135)!

Sivu 136. Yhtälössä 11.17 on parempi käyttää summausindeksinä jotain muuta kuin i-kirjainta, ettei tule sekaannuksia imaginaariyksikön kanssa.

Sivu 142. Kompleksisen dielektrisyysvakion lausekkeessa on oletettu, että permeabiliteetti on sama kuin tyhjössä.

Sivu 149, yhtälö 12.11. Pitää olla $\mathbf{E}_1' = \mathbf{p}_1'\hat{E}_{1p}'e^{i(\mathbf{k}_1'\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$

Sivu 161, yhtälö 13.17: Pitää olla ∇_t^2

Sivu 161-162, yhtälöt 13.18 ja 13.27: Pitää olla $\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$

Sivu 168, kuudes rivi: "Ensin integroidaan paikkaintegraalit Greenin funktion avulla ...", pitää olla: "Ensin integroidaan paikkaintegraalit lähdetermien deltafunktioiden avulla ..."

Sivu 169, yhtälö 14.14: Pitää olla

$$\frac{\partial t'}{\partial x} = - \frac{x - x_q}{c(R - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{R})}$$

Sivu 173, yhtälö 14.39: Poyntingin vektori on $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0$. Poistetaan yhtälön jälkeinen lause ”missä Z_0 on tyhjön impedanssi $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$”.

Sivu 175, yhtälö 15.1: Virrantiheyden lausekkeesta puuttuu yksikkövektori $\mathbf{e}_z$.

Sivu 176, yhtälö 15.3: Integrandissa on $I(z', t - |\mathbf{r} - z'\mathbf{e}_z|/c)$, pitää olla $I(t - |\mathbf{r} - z'\mathbf{e}_z|/c)$.

Sivu 177-178, dipolin pituus L on vaihtunut pieneksi kirjaimeksi l yhtälöstä 15.13 alkaen.

Sivu 178, yhtälöä 15.15 edeltävä lause ”... tulee energiavuoksi”, pitää olla ”... tulee tehoksi”.

Sivulla 182 puhutaan kvadrupoliantennin säteilykentästä, joka pienenee kuten r^{-2}. Täsmällisempää olisi sanoa, että kvadrupoliantennin kentän johtava termi käyttäytyy kuten r^{-2}, koska varsinaisena säteilykenttänä on luennoilla tarkoitettu vain r^{-1}-kenttää.

Sivu 196, yhtälö 16.66: pitää olla $E'^2 = \gamma E^2 - \gamma v B^3$

Sivu 197, yhtälö 16.74, pitää olla $\mathbf{B}_\perp = (1/c^2)\mathbf{v} \times \mathbf{E}_\perp$

Sivu 202, yhtälö 17.3: karakteristinen aika on $\tau = q^2/(6\pi\epsilon_0 m c^3)$

Sivu 203, yhtälön 17.10 jälkeen poistetaan teksti ”ja sama yhtälö y-koordinaatille”, ja sen jälkeinen lause muutetaan yksikkömuotoon: ”Saatu yhtälö kuvaa harmonista värähtelyä, ...”. (Myös y-suunnassa tulee harmoninen värähtely, mutta yhtälön oikealle puolelle ei tule nolla, vaan vakio. y:n saa kuitenkin suoraviivaisemmin ratkaisemalla ensin $x(t)$ ja sitten sijoittamalla se yhtälöön $v_y = dy/dt = -\omega_c x$ ja integroimalla.)

Sivu 205, kuvan 17.1 ja luvun 17.4 välinen teksti voidaan jättää pois.