

## Elektrodynamiikka, kevät 2004

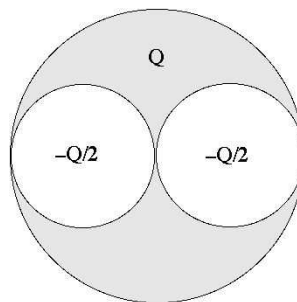
### Harjoitus 1 (to 29.1., pe 30.1.)

1. Todista seuraavat ulkoa osattavat vektori-identiteetit:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) &= \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \\ \nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) &= (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} - (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{A} \\ \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}\end{aligned}$$

Kannattaa opetella käyttämään permutaatio-symbolia eli Levi-Civitan symbolia. Esimerkiksi  $(\mathbf{A} \times \mathbf{B})_i = \epsilon_{ijk} A_j B_k$ , missä summataan kahdesti esiintyvien indeksien yli. Erityisen mukava tulos on  $\epsilon_{ijk} \epsilon_{klm} = \delta_{il} \delta_{jm} - \delta_{im} \delta_{jl}$ . Huomaa myös, että lyhyen summausmerkinnän avulla  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_i B_i$ .

2. Suunnilleen puolet ihmisen massasta on protoneja. Poistetaan kehon elektroneista yksi prosentti. Asetetaan kaksi tällaista 70-kiloista henkilöä metrin päähän toisistaan.
- Kuinka suurella voimalla he hylkivät toisiaan?
  - Havainnollista lukuarvoa jollain ymmärrettävällä tavalla.
3. Hyvin suuressa tasapaksussa levyssä (paksuus  $L$ ) on varausjakauma, jonka varustiheys kasvaa lineaarisesti levyn poikkisuunnassa alapinnan arvosta  $-\rho_0$  yläpinnan arvoon  $\rho_0$ . Määritä sähkökenttä ja potentiaali kaikkialla.
4. Kaksi maadoittamatonta johdepalloa (säteet  $a$  ja  $b$ ,  $a \gg b$ ) on yhdistetty toisiinsa pitkällä suoralla johdelangalla (pituus  $\gg a$ ). Systeemiin tuodaan varaus  $Q$ .
- Kuinka se jakautuu pallojen kesken? Langan varaus oletetaan mitättömäksi.
  - Kumman pallon pinnalla on suurempi sähkökenttä?
  - Mitä käytännön merkitystä näillä tuloksilla on?
5. Tasaisesti varatut pallot (kummankin varaus  $-Q/2$ , säde  $R/2$ ) asetetaan isomman pallon (säde  $R$ ) sisälle oheisella tavalla. Myös ison pallon muu osa on tasaisesti varattu (varaus  $Q$ ). Määritä sähkökentän johtava käyttäytyminen kaukana varausjakaumasta.



Ratkaisut on palautettava viimeistään tiistaina 27.1. klo 14.

Laskuharjoitukset salissa D104: to 8.30-10, to 12.15-14, pe 10.15-12. Torstain aamuryhmä alkaa siis klo 8.30!