

Elektrodynamiikka, kevät 2004
Harjoitus 8 (to 25.3., pe 26.3.)

1. Äärettömän pitkässä z -akselilla olevassa langassa on tasainen viivavaraustiheys $-\lambda$. Sitä ympäröi a -säteinen eristesylinteri, jonka hitausmomentti pituusyksikköä kohti on J . Sylinterin pintavaraustiheys on $\lambda/(2\pi a)$. Alkutilanteessa pyörimätön sylinteri on ulkoisessa vakiomagneettikentässä $\mathbf{B}_0\mathbf{e}_z$. Hetkellä $t = 0$ ulkoinen kenttä alkaa pienetä hitaasti ja lopulta se on nolla. Mikä on tällöin sylinterin pyörimisen kulmanopeus? Säteilyhäviöitä ja kitkaa ei oteta huomioon. Huomaa, että vaikka ulkoinen magneettikenttä on lopuksi nolla, kokonaiskenttä on nollasta poikkeava.
2. Käy läpi luentomonisteen luvun 9.5.4 (aaltoyhtälön Greenin funktio) laskenta, jonka yksityiskohdat sivuutettiin luennolla.
3. Osoita huolellisella suoralla derivoinnilla, että

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$$

toteuttaa potentiaalin aaltoyhtälön Lorenzin mitassa.

4. a) Osoita, että tasoaalto $\mathbf{E} = E_0\mathbf{e}_x \sin(kz - \omega t)$ toteuttaa tyhjän aaltoyhtälön.
b) Etsi aallolle jokin potentiaalesitys Lorenzin mitassa.
5. Sähkömagneettisen aallon sähkökenttä on yleisesti muotoa

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = (E_1\mathbf{e}_x + E_2e^{i\phi}\mathbf{e}_y)e^{i(kz - \omega t)}$$

jos aalto etenee z -akselin suuntaan. E_1, E_2 voidaan olettaa reaalityyppisiksi. Osoita, että

$$(E_x/E_1)^2 + (E_y/E_2)^2 - 2E_xE_y \cos \phi / (E_1E_2) = \sin^2 \phi$$

missä reaaliarvoiset E_x ja E_y kuvaavat fysikaalisia komponentteja. Osoita, että \mathbf{E} :n piirtämä kuvio on ellipsi. Ohje: riittää tarkastella tilannetta xy -tasolla eli $z = 0$. Lineaarialgebran tiedoista voi myös olla hyötyä.

Ratkaisut on palautettava viimeistään tiistaina 23.3. klo 14.

Huom. Luentoja ei ole maanantaina 22.3. eikä torstaina 25.3. Harjoitukset pidetään kuitenkin normaalisti. Nyt on siis mainiosti aikaa ratkoa ”harrastustehtäviä”.