

Elektrodynamiikka, kevät 2004
Harjoitus 12 (to 29.4., pe 30.4.)

1. Pistemäinen elektroni kiertää vety-ydintä Bohrin radan säteellä $0,529 \cdot 10^{-10}$ m. Osoita, että klassisen fysiikan mukaan tällaiset atomit ovat hävinneet kauan sitten. Ohje: arvioi säteilyhäviö.
2. Osoita, että aaltoyhtälö

$$\frac{\partial^2 f(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f(x, t)}{\partial t^2} = 0$$

- a) ei ole invariantti Galilei-muunnoksessa
 - b) on invariantti Lorentz-muunnoksessa.
3. a) Laske metrisen perustensorin $g_{\alpha\beta}$ käänteismatriisi $g^{\alpha\beta}$, joka siis toteuttaa ehdon $g^{\alpha\beta}g_{\beta\gamma} = \delta^\alpha_\gamma$.
b) Laske Lorentzin muunnoksen käänteismatriisi metrisen perustensorin avulla kaavalla $\Lambda_\gamma^\alpha = (\Lambda^{-1})^\alpha_\gamma = g^{\alpha\beta}\Lambda^\nu_\beta g_{\nu\gamma}$.
c) Osoita, että $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ ja nelinopeuden neliö ovat Lorentz-invariantteja.
 4. Lähtien liikkeelle sähkömagneettisen kenttätensorin ($F^{\alpha\beta}$) esityksestä sähkö- ja magneettikenttien avulla osoita, että homogeeniset Maxwellin yhtälöt voidaan kirjoittaa muodossa

$$\partial_\alpha F_{\beta\gamma} + \partial_\beta F_{\gamma\alpha} + \partial_\gamma F_{\alpha\beta} = 0$$

Huomaa, että tensoriyhtälöitä on enemmän kuin Maxwellin yhtälöitä. Totea, että ”ylimääräiset yhtälöt” toteutuvat identtisesti.

5. Tarkastellaan Lorentz-muunnosta $K \rightarrow K'$:
 $t' = \gamma(t - vx/c^2), x' = \gamma(x - vt), y' = y, z' = z$
Lausu K :n derivaatat K' :n muuttujien avulla ja sijoita ne homogeenisiin Maxwellin yhtälöihin (lähdetermit nolli). Vaatimalla yhtälöiden samanmuotoisuus kaikissa inertiaalisysteemeissä päättelee kenttien muunnoskaavat (ilman tensorilaskentaa).

Ratkaisut on palautettava viimeistään tiistaina 27.4. klo 14.