

Elektrodynamiikka, kevät 2004
Harjoitus 13 (to 6.5., pe 7.5.)

1. Määritellään 4-komponenttinen täysin antisymmetrinen permutaatio-symboli ϵ siten, että $\epsilon^{0123} = 1$ ja $\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}$ on antisymmetrinen minkä tahansa indeksiparin vaihdon suhteen. Tämän avulla määritellään duaalisen kenttätensoren ($G^{\alpha\beta}$) komponentit lausekkeella

$$G^{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

- a) Laske nämä komponentit ja vertaa niitä $F^{\alpha\beta}$:n komponentteihin.
b) Osoita, että homogeeniset Maxwellin yhtälöt ovat

$$\partial_\beta G^{\alpha\beta} = 0$$

- c) Osoita, että $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = -\frac{c}{4} F_{\alpha\beta} G^{\alpha\beta}$.

2. Havait-sijan A mielestä äärettömällä tasolla on tasainen varaustiheys σ_S . Havait-sija B liikkuu A:n suhteen vakionopeudella v etäisyydellä d tasosta. Laske B:n havaitsema sähkömagneettinen kenttä sekä varaus- ja virrantiheys. Mahdollisesti hyödyllinen tieto: $(c\rho, \mathbf{J})$ on nelivektori.
3. Betatronissa ajan funktiona kasvava sylinterisymmetrinen magneettikenttä pitää elektroneja vakiosäteisellä ympyräradalla (säde R). Indusoitunut sähkökenttä kiihdyttää elektroneja. Osoita, että kaikilla ajanhetkillä pätee $\Phi(t) = 2\pi R^2 B(R, t)$, missä $\Phi(t)$ on ratakäyrän rajoittaman pinnan läpi kulkeva magneettivuon.
4. Ratkaise levosta lähtevän varauksellisen hiukkasen (massa m , varaus q) relativistinen liikeyhtälö vakiosähkökentässä \mathbf{E} . Säteilyhäviöitä ei oteta huomioon. Mitkä ovat pitkän ajan kuluttua nopeuden ja kiihtyvyyden raja-arvot?
5. Ratkaise varauksellisen hiukkasen (massa m , varaus q) epärelativistinen liikeyhtälö toisiaan vastaan kohtisuorissa homogeenisissa magneetti- ja sähkökentissä $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_x$, $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{e}_y$. Hetkellä $t = 0$ hiukkanen on origossa ja liikkuu magneettikentän suuntaan nopeudella v_0 .

Ratkaisut on palautettava viimeistään tiistaina 4.5. klo 14.

2. välikoe on perjantaina 14.5. klo 9.00-13.00 salissa D101. Koealue: luvut 9-15 (s. 109-186) ja harjoitukset 7-13. Luennoissa ”yleissivistykseksi” merkityt kohdat eivät kuulu koealueeseen.

Viimeisellä luennolla torstaina 6.5. kerrataan koealueen asioita klo 10-11, ja klo 11-12 Rami Vainio esittelee plasmafysiikkaa.