

Elektrodynamiikka, kevät 2008

Harjoitus 1 (to 24.1., pe 25.1.)

1. Todista seuraavat ulkoa osattavat vektori-identiteetit:

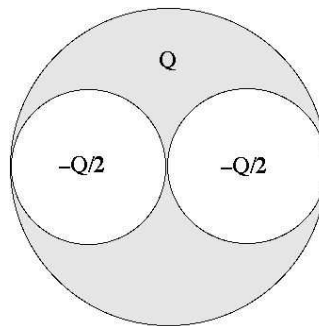
$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} - (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{A}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

Ohje: Opettele käyttämään permutaatio-symbolia eli Levi-Civitan symbolia. Esimerkiksi $(\mathbf{A} \times \mathbf{B})_i = \epsilon_{ijk} A_j B_k$, missä summataan kahdesti esiintyvien indeksien yli. Erityisen mukava tulos on $\epsilon_{ijk} \epsilon_{klm} = \delta_{il} \delta_{jm} - \delta_{im} \delta_{jl}$. Huomaa myös, että lyhyen summausmerkinnän avulla $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_i B_i$.

2. Kaksi pallonmuotoista vesipisaraa törmää toisiinsa. Mikä on sähkökentän voimakkuus ja potentiaali yhdistyneen pisaran pinnalla, kun ennen törmäystä pisaroiden säteet olivat R_1 ja R_2 sekä varaukset Q_1 ja Q_2 ?
3. Neutraalissa maadoittamattomassa johdekappaleessa olevaan onkaloon asetetaan staattinen pistemäinen varaus q .
 - a) Määritä kvalitatiivisesti sähkökenttä onkalossa, johteessa ja johteen ulkopuolella. Mitkä ovat kokonaisvaraukset onkalon pinnalla ja johteen ulkopinnalla?
 - b) Miten tilanne muuttuu, jos johdekappale maadoitetaan?
4. Varaus Q on tasaisesti jakautunut R -säteisen pallon pinnalle. Pallon ulkopuolella on sellainen varaustiheys $\rho = \rho(r)$, että sähkökentän voimakkuus on itseisarvoltaan vakio. Määritä $\rho(r)$.
5. Tasaisesti varatut pallot (kummankin varaus $-Q/2$, säde $R/2$) asetetaan isomman pallon (säde R) sisälle oheisella tavalla. Ison pallon muu osa on myös tasaisesti varattu (varaus Q). Määritä sähkökentän johtava käyttäytyminen kaukana varausjakaumasta.



Ratkaisut on palautettava viimeistään tiistaina 22.1. klo 12.