

Elektrodynamiikka, kevät 2008

Harjoitus 4 (14.2., 15.2.)

1. Kaksi pistevarausta q_1 ja q_2 ovat etäisyydellä d toisistaan. Kokonaiskentän energiatiheys on verrannollinen suureeseen $E(\mathbf{r})^2 = E_1(\mathbf{r})^2 + E_2(\mathbf{r})^2 + 2\mathbf{E}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_2(\mathbf{r})$. E_1^2 ja E_2^2 integroituna koko avaruuden yli hajaantuvat selvästi (ääretön itseisenergia osataan kvanttielektrodynamiikassa lakaista maton alle). Osoita, että vuorovaikutstermi $2\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2$ antaa toivotun tuloksen. Vihje: $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ ja sopivat integraalikaavat.
2. Laske tasaisesti varattuun pallonkuoreen kohdistuva paine. Ohje: pinta-alkioon *da* vaikuttava paine on alkioon kohtisuorasti vaikuttava voima jaettuna alkion pinta-alalla.
3. Salama iskee maahan, jonka johtavuus on $10^{-3} \Omega^{-1}m^{-1}$. Olettaen virran jakautuvan tasaisesti puoliavaruuteen määritä askeljännite metrin etäisyydellä olevien pisteiden välillä a) 100 m b) 1 km päässä salamasta. Approksimoi virta tasavirraksi, jonka voimakkuus on 10 kA (tyypillinen Suomessa havaittava arvo, mutta jopa yli 100 kA on mahdollinen).
4. Onton johdepallon sisäsäde on R_1 ja ulkosäde R_2 . Määritä sisä- ja ulkopinnan välinen resistanssi, kun johtavuus on σ .
5. Osoita suoralla laskulla, että Biot'n ja Savartin lain ilmaisema magneettivuon tiheys (luentojen yhtälö 5.30) on divergenssitön.
6. Lisätehtävä: Valopään vaimo kysyi taannoin Helsingin Sanomien Kirstiltä seuraavaa: ”Kuluttaako 40 W hehkulamppu enemmän energiaa kuin 20 W lamppu? Jos vaihtaisin kattokruununi neljä 40-wattista kynttilälamppua pienempiin, näkyisikö vaihto sähkölaskussa? Entäpä, jos irrottaisin yhden lampun ja polttaisin vain kolmea? Mieheni väittää, että kulutus on yhtä suurta, paloi kruunussa kaikki 4 tai vain 3 lamppua, koska ne kolme joutuvat tekemään myös puuttuvan toverinsa työt ja palavat siksi nopeammin loppuun.” Neuvo vaimoa ja valaise valopäätä, jolloin voit saada yhden lisäpisteen.

Ratkaisut on palautettava viimeistään tiistaina 12.2. klo 12.