

Elektrodynamiikka, kevät 2008

Harjoitus 8 (3.4., 4.4.)

1. Pitkässä suorassa johtimessa, jonka poikkileikkaus on ympyrä (säde a), kulkee tasavirta I . Osoita, että energiavuo johtimeen vastaa siinä tapahtuvia ohmisia häviöitä, kun käytetään tavanomaista Poyntingin vektoria $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$.
2. Osoita, että edellä Poyntingin vektoriksi kelpaisi myös $\mathbf{E} \times \mathbf{H} + \nabla \times (\varphi \mathbf{H})$, missä φ on sähköstaattinen potentiaali. Tarkastele lisäksi energiavuota.
3. Äärettömän pitkässä z -akselilla olevassa langassa on tasainen viivavaraustiheys $-\lambda$. Sitä ympäröi a -säteinen eristesylinteri, jonka hitausmomentti pituusyksikköä kohti on j . Sylinterin pintavaraustiheys on $\lambda/(2\pi a)$. Alkutilanteessa pyörimätön sylinteri on ulkoisessa vakiomagneettikentässä $\mathbf{B}_0 \mathbf{e}_z$. Hetkellä $t = 0$ ulkoinen kenttä alkaa pienetä hitaasti ja lopulta se on nolla. Mikä on tällöin sylinterin pyörimisen kulmanopeus? (Säteilyhäviöitä ja kitkaa ei oteta huomioon.) Huomaa, että vaikka ulkoinen magneettikenttä on lopuksi nolla, kokonaiskenttä on nollasta poikkeava.
4. Osoita huolellisella suoralla derivoinnilla, että

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$$

toteuttaa potentiaalın aaltoyhtälön.

5. a) Osoita, että vektoripotentialin mittaehdoksi voidaan asettaa $\mathbf{r} \cdot \mathbf{A} = 0$.
b) Ratkaise \mathbf{A} magneettivuon tiheyden \mathbf{B} avulla tässä mitassa. Ohje: tarkastele lauseketta $\mathbf{r} \times \mathbf{B}$.

Ratkaisut on palautettava viimeistään tiistaina 1.4. klo 12.