

Elektrodynamiikka, kevät 2008

Harjoitus 9 (10.4., 11.4.)

- Osoita, että tasoaalto $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{e}_x \sin(kz - \omega t)$ toteuttaa tyhjiön aaltoyhtälön.
 - Etsi aallolle jokin potentiaaiesitys Lorenzin mitassa.
- Olkoon puoliavaruus $z > 0$ ilmaa ja toinen puoliavaruus $z < 0$ maata, jonka permeabiliteetti on μ_0 ja jonka johtavuus σ on vakio. Oletetaan, että maan pinnalla kenttä on aikaharmoninen: $\mathbf{B}(z = 0, t) = B_0 e^{-i\omega t} \mathbf{e}_x$ (B_0 vakio, $\omega > 0$, $\omega\epsilon/\sigma \ll 1$). Laske magneetti- ja sähkökenttä maan sisällä.
- Esitetään sähkökenttä $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ ja sähkövuon tiheys $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ Fourier-integraaleina

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t}$$

ja vastaavasti $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$.

- Jos permittiivisyys riippuu taajuudesta, niin $\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \epsilon(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$. Mikä on tällöin $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$:n ja $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$:n välinen yhteys?
- Druden ja Lorentzin mallin mukaisessa yksinkertaisessa tilanteessa

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} \right)$$

missä $\gamma > 0$ ja ω_0 ja ω_p ovat vakioita. Laske $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ ja totea, että \mathbf{D} hetkellä t riippuu vain aiemmista (ja samanhetkisistä) \mathbf{E} :n arvoista. Laskennassa tarvinnut residyintegrointia.

- Revontulien kilometrisäteilyn (AKR) maksimiteho on suunnilleen 1 GW. Maapallon infrapunasäteilyn teho on puolestaan noin 10^8 GW. Näiden säteilyjen aallonpituudet ovat vastaavasti 3 km ja $10 \mu\text{m}$.
 - Laske näiden säteilyjen fotonien lukumäärä aikayksikköä kohti.
 - Oletetaan, että 100 valovuoden päässä sijaitseva eksoplaneetta on AKR-lähde. Kuinka monta sen lähettämää fonia 100 m² laajuinen ilmaisain havaitsee sekunnissa Maan läheisyydessä?
 - Eksoplaneetan emotähti voi varjostaa sen lähettämää säteilyä. AKR voitaisiin silloinkin havaita interferometrian avulla. Toteutuskelpoinen mahdollisuus olisi sijoittaa kaksi ilmaisinta Aurinkoa kiertävälle radalle. Kuinka suuri ilmaisinten välimatkan tulisi olla AKR:n havaitsemiseksi, jos eksoplaneetan kiertoradan säde olisi 1 AU? (Tehtävän ideoinut Pekka Janhunen, IL.)

5. Uimavalvoja Kari Kukko (*Arenaria interpres*) havaitsee uimarin saavan vaarallisen krampin vedessä. Valvoja on suorasta rantaviivasta 10 metrin etäisyydellä ja uimari 30 metrin etäisyydellä. Heidän välimatkansa rannan suunnassa on 50 metriä. Muitakin ravinteita kuin luomukaurahiutaleita käyttävä valvoja juoksee pehmeällä rantahiekalla nopeudella 10 m/s ja ui nopeudella 2 m/s.
- a) Missä valvojan kannattaa hypätä veteen? Kauanko matka pelastettavan luoksestä?
 - b) Onko tämä tehtävä oikealla kurssilla?

Ratkaisut on palautettava viimeistään tiistaina 8.4. klo 12.