

Elektrodynamiikka, kevät 2008

Harjoitus 10 (17.4., 18.4.)

1. Tarkastellaan magneettista myrskyä alueessa, jonka pinta-ala on $L_x L_y$. Kuvataan maata homogeenisella puoliavaruudella ($\omega\epsilon/\sigma \ll 1$). Oletetaan, että sähkömagneettinen kenttä maassa ($z < 0$) on alaspäin etenevä ajassa harmoninen tasoaalto.
a) Osoita, että keskimääräinen induktiovirtojen kuluttama tehotiheys maassa on

$$\left\langle \frac{dw}{dt} \right\rangle = \frac{\omega |B_0|^2}{2\mu_0} \cdot e^{2z/\delta}$$

missä δ on tunkeutumissyvyys ja B_0 magneettikentän amplitudi maanpinnalla.

- b) Laske kokonaisteho maassa, kun käytetään revontulialueella mahdollisia lukuarvoja $L_x = 500$ km, $L_y = 1000$ km, $\sigma = 10^{-2} \Omega^{-1} m^{-1}$, $T = 60$ s, $B_0 = 100$ nT.
 - c) Oletko tämän ”maalämmön” tuotteistaminen hyvä liikeidea?
2. Tyhjiössä z -akselin positiiviseen suuntaan etenevä lineaarisesti polarisoitunut sähkömagneettinen tasoaalto osuu kohtisuorasti ideaalijohdeseinään (taso $z = 0$).
a) Määritä kokonaisenergiavuon aikakeskiarvo. Tulevan aallon sähkökentän amplitudi oletetaan tunnetuksi.
b) Määritä johteen pinnalle indusoituvat varaus- ja virrantiheydet.
 3. Poikkileikkaukseltaan suorakaiteen muotoisen aaltoputken x - ja y -akselin suuntaiset sivut ovat a ja b ($a > b$), ja seinämät ovat täydellisiä johteita. Määritä alimman TM-moodin katkaisutajuus. Aloita laskenta Maxwellin yhtälöistä.
 4. Mikroaaltouunin perusmalli on laatikko ($0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c$), jonka reunat ovat täydellisiä johteita. Määritä systeemin ominaistajuudet sähkökentän aaltoyhtälön avulla.
 5. Osoita, että luennoissa johdettu liikkuvan varauksellisen hiukkasen sähkökenttä on sama kuin seuraava lauseke:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\mathbf{R}}{R^3} + \frac{R}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathbf{R}}{R^3} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\mathbf{R}}{R} \right) \right)$$

missä $\mathbf{R} = \mathbf{R}(t')$ on hiukkasen paikasta hetkellä $t' = t - R(t')/c$ havaintopisteeseen \mathbf{r} piirretty vektori.

6. Lisätehtävässä on tällä kertaa tarjolla kolme lisäpistettä:
a) Miksi märkä hiekka on tummempaa kuin kuiva?
b) Miksi Aurinko ja Kuu näyttävät litistyvän ollessaan lähellä horisonttia?
c) Miksi sininen taivas vaalenee lähempänä horisonttia?

Ratkaisut on palautettava viimeistään tiistaina 15.4. klo 12.

Huom. Torstaina 17.4. ei ole aamuryhmää (8-10).