

Elektrodynamiikka, kevät 2008

Harjoitus 11 (24.4., 25.4.)

- Oletetaan, että varauksellinen hiukkanen kiihtyy nopeusvektorinsa suuntaan. Osoita, ettei se säteile liikkeensä suuntaan.
- Pistemäinen elektroni kiertää vety-ydintä Bohrin radan säteellä $0,529 \cdot 10^{-10}$ m. Osoita arvioimalla säteilyhäviö, että klassisen fysiikan mukaan tällaiset vetyatomit ovat hävinneet kauan sitten.
- Kaksi pitkää samansuuntaista varauksellista sauvaa ovat etäisyydellä d toisistaan ja liikkuvat pituussuuntaansa samalla vakionopeudella \mathbf{v} . Kummankin sauvan viivavaraustiheys on λ . Määritä niiden välinen epärelativistinen voima, kun
 - Havaitsija liikkuu sauvojen mukana samalla nopeudella.
 - Havaitsija on levossa.
 - Mikä rajoittava ehto saadaan b-kohdan tuloksesta nopeudelle v ?
- Laske metrisen perustensorin $g_{\alpha\beta}$ käänteismatriisi $g^{\alpha\beta}$, joka siis toteuttaa ehdon $g^{\alpha\beta}g_{\beta\gamma} = \delta^{\alpha}_{\gamma}$.
 - Laske Lorentzin muunnoksen käänteismatriisi metrisen perustensorin avulla kaavalla $\Lambda_{\gamma}^{\alpha} = (\Lambda^{-1})^{\alpha}_{\gamma} = g^{\alpha\beta}\Lambda^{\nu}_{\beta}g_{\nu\gamma}$.
 - Osoita, että $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ ja nelinopeuden neliö ovat Lorentz-invariantteja.
- Lähtien liikkeelle sähkömagneettisen kenttätensorin ($F^{\alpha\beta}$) esityksestä sähkö- ja magneettikenttien avulla osoita, että homogeeniset Maxwellin yhtälöt voidaan kirjoittaa muodossa

$$\partial_{\alpha}F_{\beta\gamma} + \partial_{\beta}F_{\gamma\alpha} + \partial_{\gamma}F_{\alpha\beta} = 0$$

Huomaa, että tensoriyhtälöitä on enemmän kuin Maxwellin yhtälöitä. Totea, että ”ylimääräiset yhtälöt” toteutuvat identtisesti.

- Esitä $F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$ kenttien avulla.

Ratkaisut on palautettava viimeistään tiistaina 22.4. klo 12.