

## Elektrodynamiikka, kevät 2008

### Harjoitus 12 (2.5.)

1. Määritellään 4-komponenttinen täysin antisymmetrinen permutaationsymboli  $\epsilon$  siten, että  $\epsilon^{0123} = 1$  ja  $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\mu}$  on antisymmetrinen minkä tahansa indeksiparin vaihdon suhteen. Määritellään duaalinen kenttätensori ( $G^{\alpha\beta}$ ) seuraavasti:

$$G^{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

- a) Laske  $G^{\alpha\beta}$ :n komponentit ja vertaa niitä  $F^{\alpha\beta}$ :n komponentteihin.
- b) Osoita, että homogeeniset Maxwellin yhtälöt ovat

$$\partial_\beta G^{\alpha\beta} = 0$$

- c) Osoita, että  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = -\frac{c}{4} F_{\alpha\beta} G^{\alpha\beta}$ .
2. Osoita, että suureet  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$  ja  $\mathbf{E}^2 - c^2 \mathbf{B}^2$  ovat Lorentz-invariantteja.
  3. Havaitisijan  $K$  mielestä äärettömän pitkässä suorassa langassa varaus pituusyksikköä kohti on  $\lambda$  ja lisäksi langassa kulkee tasavirta  $I$ . Havaitisija  $K'$  liikkuu  $K$ :n suhteen vakionopeudella  $v$  langan suuntaisesti etäisyydellä  $d$  langasta. Määritä  $K'$ :n havaitsemat varaus- ja virrantiheydet ja sähkömagneettinen kenttä.
  4. Ratkaise levosta lähtevän varauksellisen hiukkasen (massa  $m$ , varaus  $q$ ) relativistinen liikeyhtälö vakiosähkökentässä  $\mathbf{E}$  (ilman säteilyhäviöitä).
  5. Varauksellinen hiukkanen saapuu hetkellä  $t = 0$  puoliavaruuteen  $x > 0$  pitkin  $x$ -akselia nopeudella  $v_0 \mathbf{e}_x$ . Alueessa  $x > 0$  on homogeeninen magneettikenttä  $B_0 \mathbf{e}_z$  (siis kohtisuorassa alkunopeutta vastaan). Ratkaise hiukkasen relativistinen liikeyhtälö (ilman säteilyhäviöitä).
  6. Valitse koko kurssin laskuharjoitustehtävistä kolme opettavaisinta ja/tai mielekkäintä sekä kaksi todellakin turhaa ja/tai vastenmielistä tehtävää. Perustele valintasi. Hyvällä onnella jokin näistä tehtävistä tulee välikokeeseen. Muistathan myös kurssipalautteen verkossa:  
<http://www.physics.helsinki.fi/suomi/opetus/kurssipalaute/>

Ratkaisut on palautettava viimeistään tiistaina 29.4. klo 12.

Tehtävän 6 vastaukset voi palauttaa vielä 2.5. (harjoituksissa tai suoraan Elinalle).

Vapun vuoksi ainoa harjoitusryhmä on perjantaina 2.5. Tilaisuus on tarvittaessa englanninkielinen.

Viimeinen luento on ma 5.5. klo 10-12 (kertausluento).

Toinen välikoe on ma 12.5. klo 9-13 salissa D101. Koealue: luentojen luvut 8-15 ja harjoitukset 7-12.